



مدرس: دکتر شهرام خزایی

آنالیز الگوریتم‌ها

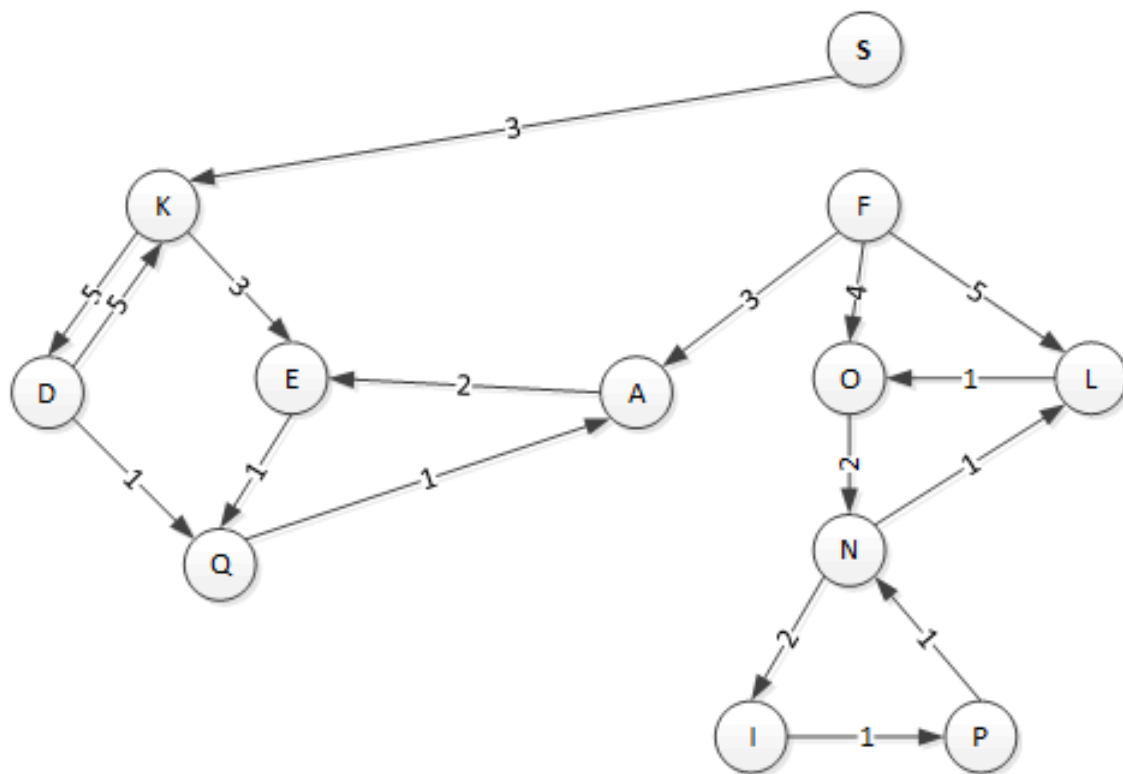
### تمرین سری دوم

مهلت ارسال: ۱۱ فروردین

گردآورنده: امین حاتمی

#### پرسش ۱

(۱۰ نمره) مؤلفه‌های قویاً همبند را در گراف زیر به دست آورید. مراحل انجام کار را بنویسید. در زمانی که چند انتخاب برای یال دارید، کوتاه‌ترین یال را انتخاب کنید. در صورتی که رأس بازدید نشده باقی ماند، با اولویت ترتیب الفبا، با رأسی دیگر الگوریتم را ادامه دهید.



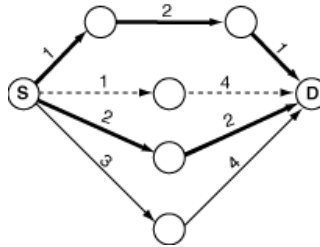
### پرسش ۲

(۱۵ نمره) ثابت کنید جستجوی اول عمق (DFS) و اول سطح (BFS) روی یک گراف بدون جهت درخت یکسان تولید می‌کنند اگر و فقط اگر گراف ما یک درخت باشد.

### پرسش ۳

(۱۵ نمره) یک گراف جهت‌دار و وزن‌دار (با وزن‌های نامنفی) با دو رأس مبدأ و مقصد مشخص داریم. در این گراف "مسیر زیبا" را این‌گونه تعریف می‌کنیم:

- یک مسیر از رأس مبدأ به رأس مقصد باشد.
  - هیچ دو نقطه متوالی در مسیر، متعلق به هیچ‌کدام از کوتاه‌ترین مسیرهای بین رأس مبدأ و مقصد نباشد.
- برای مثال در گراف زیر، خط‌چین یک مسیر زیبا و خط‌های پررنگ کوتاه‌ترین مسیرها را مشخص می‌کنند.



الگوریتمی ارائه کنید که کوتاه‌ترین مسیر زیبا را پیدا کند.

### پرسش ۴

(۱۵ نمره) یک گراف با  $n$  رأس و  $m$  یال داریم که وزن هر یال عددی بین ۱ تا  $L$  است. الگوریتمی با پیچیدگی زمانی  $O(L(m+n))$  بیابید که کوتاه‌ترین مسیر از رأس ۱ به سایر رئوس را بیابد.

### پرسش ۵

(۲۰ نمره) گراف جهت‌دار  $G$  نیمه‌همبند است اگر برای هر جفت رأس  $u$  و  $v$ ، از  $u$  به  $v$  یا از  $v$  به  $u$  (یا هر دو) مسیر وجود داشته باشد. الگوریتمی ارائه کنید که مشخص کند  $G$  نیمه‌همبند است یا خیر. سودوکد مربوطه را بنویسید.

### پرسش ۶

(۲۵ نمره) یک گراف بدون جهت با  $n$  رأس داریم. الگوریتمی با پیچیدگی زمانی  $O(m+n)$  ارائه کنید و در آن یال‌های این گراف را طوری جهت‌دار کنید که کمترین تعداد مؤلفه‌ی قویاً همبند تشکیل شود.