



# نظریه زبان‌ها و اتوماتا

تمرین سری یک

دکتر امیر دانشگر  
پاییز ۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

تاریخ انتشار: ساعت ۲۳:۵۹ روز ۱۰ مهر  
مهلت تحویل: ساعت ۲۳:۵۹ روز ۲۴ مهر

لطفا پیش از پاسخ‌دادن به تمرین‌ها به نکات زیر توجه کنید:

- تمرین از دو بخش تمرین‌های تحویلی و تمرین‌های غیرتحویلی تشکیل شده است. توصیه می‌شود که همه تمرین‌ها را حل کنید و اگر کفایت نداشته باشد از تمرینات منبع درسی نیز استفاده کنید. تمرین‌های تحویلی بازبینی می‌شوند و ممکن است بازخوردهایی در مورد حل‌های شما به شما داده شود.
- در صورتی که در مورد تمرین‌ها پرسش یا ابهامی داشتید می‌توانید این ابهامات را از سردستیار آموزشی درس بپرسید. برای این کار می‌توانید از ایمیل یا گروه تلگرامی درس استفاده نمایید.
- رعایت اصول اخلاق حرفه‌ای و آداب علمی و آکادمیک از واجبات هر نوع فعالیت آموزشی و علمی است. لذا، لازم است دانشجویان در پایبندی به این اصول کوشا باشند و در تاکید به آن‌ها بکوشند. بدیهی است مسئولیت عواقب ناشی از عدول از این اصول یا مشخص شدن عدم رعایت آن‌ها در مستندات تحویلی متوجه شخص دانشجو خواهد بود.
- برای مرتبط کردن بخش‌های مختلف یک اثبات، به‌جای استفاده از پیکان، از کلمات استفاده کنید. همچنین برای هر منظور از سورها ( $\forall, \exists$ ) استفاده نکنید. پاسختان به پرسش‌ها باید همراه با توضیحات کافی باشد که مصحح بتواند راه‌حل شما را متوجه شود. متن کتاب مرجع را الگو قرار دهید و پاسختان را طوری بنویسید که هر کسی بتواند آن را دنبال کند و متوجه شود.
- پاسختان را در فایل با نام شماره دانشجوییتان در سامانه اپلود کنید. فرمت فایل ارسالی باید به‌صورت **.pdf** باشد. اگر از پاسختان عکس می‌گیرید در نور مناسب این‌کار را نکنید و توجه کنید که تصویر واضح باشد. فایل ارسالی شما نباید نیاز به چرخاندن (rotation) داشته باشد. توجه کنید که پاسخ‌هایی که موارد قبل در آن رعایت نشده باشند یا ناخوانا باشند تصحیح نخواهند شد.



مسائل عضویت بخش مهمی از مسائل مورد بررسی در نظریه الگوریتم‌ها و محاسبه را تشکیل می‌دهند. از این رو آشنایی دقیق با این مسائل برای یادگیری مقدمات نظریه زبان‌ها و اتوماتا بسیار مهم است. همچنین معمولاً مسائلی که در ذهن داریم یا به صورت عامیانه آن‌ها را بیان می‌کنیم، از دقت کافی برای بررسی نظری یا پیاده‌سازی در ماشین‌ها برخوردار نیستند. به همین منظور، باید فرمول‌بندی مناسبی برای هر یک از آن‌ها ارائه دهیم. این کار هم از اهمیت بالایی برخوردار است و هم به دقت بالایی در فرمول‌بندی نیاز دارد. پرسش‌هایی که در ادامه قرار داده شده‌اند، برای تمرین بیش‌تر و مرور این مباحث است. یادآوری می‌شود که پیش از پاسخ‌دادن به تمرین‌ها، به نکات صفحه اول توجه کنید.

## پرسش ۱

(تمرین غیرتحویلی)

برای هر یک از مسائل زیر که به صورت عامیانه بیان شده‌اند، ابتدا پاسخ دهید آیا مسئله مطرح‌شده، معادل یک مسئله عضویت<sup>۱</sup> است یا خیر و اگر پاسخ به این پرسش مثبت بود، پارامترهای آن (ثابت‌های مسئله<sup>۲</sup>، داده‌های مسئله<sup>۳</sup> و درخواست مسئله<sup>۴</sup>) را نام ببرید.

- آیا عدد ۴۷ زوج است؟
- آیا عدد ۱۲۳۷ اول است؟
- کوتاه‌ترین مسیر بین ساختمان این سینا و دانشکده علوم ریاضی در دانشگاه کدام است؟
- آیا با استناد به لغت‌نامه دهخدا، کلمه قسطنطنیه کلمه‌ای اصیل ایرانی است؟

## پرسش ۲

(تمرین تحویلی)

مسئله تصدیق‌پذیری دودویی<sup>۵</sup> که اصطلاحاً به آن SATISFIABILITY یا به اختصار مسئله SAT نیز گفته می‌شود، به این شکل است که می‌پرسد آیا می‌توان ارزش متغیرهای یک گزاره (فرمول) دودویی را به گونه‌ای تعیین کرد که ارزش آن گزاره درست شود؟ اگر بتوان چنین ارزش‌دهی‌ای پیدا کرد، می‌گوییم آن گزاره صدق‌پذیر است و در غیر این صورت خیر.

- آیا این مسئله معادل یک مسئله عضویت است؟ در صورت مثبت بودن پاسخ، فرم رسمی آن را به عنوان یک مساله نوعی را مشخص کنید.
- آیا می‌توان یک مساله نوعی عضویت نوشت که با این مساله از نظر حل کردن معادل باشد؟
- آیا می‌توان هر مسئله نوعی دلخواه را به صورت یک مسئله عضویت تعریف کرد؟ توضیح دهید.

## پرسش ۳

(تمرین غیرتحویلی)

فرض کنید می‌خواهید کدگذاری‌ای برای مسئله اول بودن اعداد ارائه کنید. این کدگذاری را به این صورت تعریف کنید که اگر عدد  $n$  یک عدد اول باشد تحت این کدگذاری تبدیل به  $n$ -Yes و اگر عددی اول نباشد تبدیل به  $n$ -No می‌شود. آیا این یک کدگذاری مناسب است؟ به نظر شما یک کدگذاری باید چه ویژگی‌هایی داشته باشد؟

## پرسش ۴

(تمرین غیرتحویلی)

فرمول‌بندی یک مسئله لزوماً یکتا نیست و می‌تواند به شکل‌های مختلفی بیان شود. فرض کنید می‌خواهیم مسئله بخش‌پذیری بر ۳ را با چند کدگذاری مختلف فرمول‌بندی کنیم. برای این کار، این مسئله را با سه کدگذاری مختلف که اعداد را به صورت عددی در مبنای ۱ (Unary)، مبنای ۲ (Binary) و مبنای ۳ (Ternary) تبدیل می‌کنند فرمول‌بندی کنید و برای هر یک از سه کدگذاری گفته شده الگوریتمی عامیانه ارائه دهید.

<sup>1</sup>Membership Problem

<sup>2</sup>Constant

<sup>3</sup>Given

<sup>4</sup>Query

<sup>5</sup>Boolean Satisfiability Problem

## پرسش ۵

(تمرین تحویلی)

تعریف دور همیلتونی به این صورت است که دوری را در یک گراف همبند همیلتونی می‌نامیم که از همه رئوس گراف دقیقاً و فقط یک بار گذشته باشد. مسئله وجود دور همیلتونی یکی از مهم‌ترین مسائل نظریه الگوریتم‌ها و محاسبه است. هدف این است که با داشتن اطلاعات یک گراف (راس‌ها و یال‌ها) مشخص کنیم که آیا در این گراف دور همیلتونی وجود دارد یا خیر. حال با توضیحات فوق به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

- فرمول‌بندی‌ای برای گراف‌ها بیان کنید که هر گراف را به یک رشته متناظر می‌کند، دقت کنید که در علم نظریه محاسبه بیان فرمول‌بندی یک بخش بسیار مهم از مسئله می‌باشد.
- حال با فرمول‌بندی‌ای که بیان کردید، پرسش وجود دور همیلتونی را به یک مسئله عضویت در مجموعه‌ها تبدیل کنید. مسئله را با جزئیات و اطلاعات کامل از جمله ثابت‌های مسئله، داده‌های مسئله و درخواست مسئله بیان کنید.