



## پرسش ۱

تعداد جایگشت‌هایی از اعداد یک تا  $n$  را بیابید که تعداد نابجایی‌های آن‌ها بر  $n$  بخش پذیر باشد.

## پرسش ۲

به چند طریق می‌توان تعدادی از خانه‌های یک جدول  $m \times n$  را رنگ کرد به طوری که برای هر خانه‌ی رنگ‌شده، خانه‌های سمت راست و پایین این خانه (در صورت وجود) نیز رنگ شده باشند؟

## پرسش ۳

فرض کنید  $X$  مجموعه‌ای  $n$  عضوی باشد. ثابت کنید تعداد زوج‌های مرتب مانند  $(A, B)$  که در آن  $A$  و  $B$  زیرمجموعه‌های متمایز  $X$  هستند و  $A \subset B$ ، برابر است با  $3^n - 2^n$ .

## پرسش ۴

یک تور قرار است  $n$  نفر را به مدت  $k$  روز با  $t$  اتوبوس به سفر ببرد. مدیر این تور هر روز  $n$  نفر را بین  $t$  اتوبوس تقسیم می‌کند. او می‌خواهد این کار را طوری انجام دهد که هر دو نفر لااقل یک روز در دو اتوبوس مختلف باشند. ثابت کنید او قادر به انجام این کار است اگر و تنها اگر  $n \leq t^k$ .

## پرسش ۵

در یک جایگشت از مجموعه‌ی  $\{1, 2, \dots, n\}$  می‌گوییم  $i$  یک نقطه‌ی ثابت است اگر عدد  $i$  در جایگاه  $i$ ام جایگشت قرار بگیرد.

چند جایگشت از اعداد  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  وجود دارد که لااقل یکی از اعداد ۱، ۲، ۳ در آن‌ها نقطه‌ی ثابت باشد؟

## پرسش ۶

به چند طریق می‌توان  $n$  زوج را دور یک میز دایره‌ای شکل جای داد به طوری که زن‌ها و مرد‌ها یکی در میان بنشینند و هیچکس کنار همسرش نشیند؟ (فرض کنید صندلی‌ها متفاوت هستند.)

## پرسش ۷

به چند طریق می‌توان  $n$  رخ را در یک صفحه‌ی شطرنجی  $n \times n$  قرار داد به طوری که هر خانه‌ی صفحه توسط لااقل یک رخ تهدید شود؟ (رخ، خانه‌ای که روی آن قرار دارد را تهدید نمی‌کند.)