



## سوال ۱

ماتریس زیر را در نظر بگیرید:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & 1 \\ -3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

مقادیر ویژهی این ماتریس، ۱ و ۲ هستند.

الف) بُعد فضاهاى ویژهی  $A$  را به کمک پایه‌هاى آن حساب کنید.

ب) از قسمت الف استفاده کنید و قطری پذیر بودن  $A$  را بررسی کنید.

پ) با تغییر پایه‌ی مناسب،  $A$  را به یک ماتریس قطری تبدیل کنید.

## سوال ۲

فرض کنید  $P \in L(V)$  و  $P^2 = P$ . ثابت کنید

$$V = \text{Null}(P) \oplus \text{range}(P)$$

## سوال ۳

فرض کنید  $T \in L(\mathbb{R}^3)$  و  $-4, 5, \sqrt{7}$  مقادیر ویژه  $T$  باشند. ثابت کنید  $x \in \mathbb{R}^3$  وجود دارد به طوری که

$$Tx - 9x = (-4, 5, \sqrt{7})$$

## سوال ۴

الف) فرض کنید  $Q$  یک ماتریس مربعی باشد که ستون‌هایش بردارهای یکه متعامد باشند و ثابت کنید  $Q^T Q = Id$ .

ب) در قسمت قبل، آیا می‌تواند گفت  $QQ^T = Id$ ؟ ثابت کنید یا مثال نقض بیاورید.

نکته: در این سوال منظور از  $Id$  همان ماتریس همانی است.