



تمرین سری چهار

پرسش ۱ - ( صفحه 71 ، شماره 13 )

فرض کنید  $T : V \rightarrow V$  یک نگاشت خطی باشد به صورتی که داشته باشیم:

$$T^2 = I.$$

قرار دهید:

$$P = \frac{1}{2}(I + T), Q = \frac{1}{2}(I - T).$$

احکام زیر را اثبات کنید:

$$P + Q = I. \bullet$$

$$P^2 = P. \bullet$$

$$Q^2 = Q. \bullet$$

$$PQ = QP = O. \bullet$$

پرسش ۲ - ( صفحه 71 ، شماره 16 )

فرض کنید  $V$  و  $W$  دو فضای برداری روی میدان  $K$  ، با بعد متناهی برابر  $n$  باشند. نشان دهید این دو فضای یکرخیخت‌اند.

پرسش ۳ - ( صفحه 71 ، شماره 17 )

فرض کنید  $A$  یک نگاشت خطی از یک فضای برداری به خودش باشد و داشته باشیم:

$$A^2 - A + I = O$$

نشان دهید  $A^{-1}$  وجود دارد و برابر  $I - A$  می‌باشد.

پرسش ۴ - ( صفحه 72 ، شماره 20 )

دو نگاشت خطی  $A : V \rightarrow W$  و  $B : W \rightarrow U$  را در نظر بگیرید. نشان دهید اگر پوچی هر دو این نگاشت برابر  $\{O\}$  باشد، پوچی  $BA$  نیز برابر  $\{O\}$  می‌باشد.

پرسش ۵ - ( صفحه 72 ، شماره 21 )

دو نگاشت خطی  $A : V \rightarrow W$  و  $B : W \rightarrow U$  را در نظر بگیرید. نشان دهید اگر  $A$  و  $B$  پوشا باشند،  $BA$  نیز پوشا می باشد.