



تمرین سری دهم

پرسش ۱ - (صفحه 240 ، شماره 1)

فرض کنید A یک ماتریس بالامتثلی باشد:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

مقادیر ویژه A^r که r یک عدد طبیعی بزرگتر مساوی 1 است را توصیف کنید.

پرسش ۲ - (صفحه 240 ، شماره 2)

فرض کنید A یک ماتریس مربعی باشد. می‌گوییم A پوچ‌توان است اگر یک $r \geq 1$ وجود داشته باشد که $A^r = O$. نشان دهید اگر A پوچ‌توان باشد، آنگاه همه مقادیر ویژه A برابر 0 می‌باشند.

پرسش ۳ - (صفحه 240 ، شماره 3)

V را یک فضای برداری متناهی بعدی روی اعداد مختلط و $A : V \rightarrow V$ را یک نگاشت خطی در نظر بگیرید. نشان دهید اگر همه مقادیر ویژه A برابر 0 باشند، آنگاه A پوچ‌توان است.

پرسش ۴ - (صفحه 240 ، شماره 4)

با استفاده از فن ۱ ها نشان دهید که وارون یک ماتریس مثلثی، خود نیز مثلثی است. در حقیقت اگر V یک فضای برداری متناهی بعدی و اگر $A : V \rightarrow V$ یک نگاشت خطی وارون پذیر باشد، هرگاه یک فن مانند $\{V_1, V_2, \dots, V_n\}$ برای A در نظر بگیریم، یک فن برای A^{-1} نیز خواهد بود.

پرسش ۵ - (صفحه 240 ، شماره 5)

A را یک ماتریس مربعی روی اعداد مختلط در نظر بگیرید که $A^r = I$ برای یک r مثبت برقرار می‌باشد. نشان دهید اگر α یک مقدار ویژه A باشد، آنگاه داریم $\alpha^r = 1$.

پرسش ۶ - (صفحه 240 ، شماره 7)

نشان دهید یک عملگر خطی $A : V \rightarrow V$ روی یک فضای متناهی بعدی روی C را می‌توان به صورت حاصل جمع $A = D + N$ که در آن D یک ماتریس قطری شدنی و N ماتریسی پوچ‌توان است، نوشت.