سوال 1

۱. قرار دهید $U = \left\{ p \in P_4(R) : \int_{-1}^{1} p = 0 \right\}$. پایه‌ای برای U بیابید.

۲. پایه قسمت 1 را به پایه‌ای برای $P_4(R)$ گسترش دهید.

۳. زیرفضای W از $P_4(R)$ را بیابید که $P_4(R) = U \oplus W$.

سوال 2

فرض کنید $v_1, ..., v_n$ فضای V را پدید آورند و $T \in L(V, W)$. ثابت کنید $Tv_1, ..., Tv_n$ برد T را پدید می‌آورند.

سوال 3

فرض کنید $A \in M_{m\times n}(C)$ و $S(A) = \{X \in M_{n\times p}(C) | AX = 0\}$. نشان دهید $S(A)$ زیرفضایی از $M_{n\times p}(C)$ است و اگر $m = n$ آنگاه $S(A) \subseteq S(A^2) \subseteq ... \subseteq S(A^{k+1})$ برای هر عدد صحیح و مثبت kبرقرار است.همچنین نشان دهید وجود دارد r که $S(A^r) = S(A^{r+1}) = ...$.

سوال 4

فرض کنید T یک تبدیل خطی از فضای برداری V به خودش است و برای $x \in V$ داشته باشیم $T^m x = 0, T^{m-1}x \neq 0$ برای یک عدد صحیح مثبت m برقرار باشد. نشان دهید $x, Tx, ..., T^{m-1}x$ مستقل خطی هستند.

سوال 5

۱. در جبر خطی اثر (Trace) یک ماتریس مربعی $n \times n$ برابر است با حاصل جمع درایه‌های قطر اصلی آن یا به عبارت دیگر:

$$tr(A) = a_{11} + ... + a_{nn} = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$$

که a_{ii} درایه واقع بر سطر iام و ستون iام ماتریس A است.ثابت کنید $tr(AB) = tr(BA)$.

۲. مجموعه M_n را مجموعه تمام ماتریس‌های $n \times n$ با درایه‌های حقیقی تعریف می‌کنیم. حال قرار می‌دهیم:

$$S = span(\{AB - BA | A, B \in M_n\})$$

$dim(S)$ را بیابید.